UN ANÁLISIS DE CRÉDITOS INTER-EMPRESAS CON REGRESIÓN BORROSA

Fernando Ávila Carreón[1]

Evaristo Galeana Figueroa[2]

Dora Aguilasocho Montoya[3]

RESUMEN

En este trabajo se utiliza como herramienta fundamental la regresión borrosa ya que los valores que pueden tomar las variables que corresponden a las tasas de interés que aplicaron las instituciones financieras en el período correspondiente a octubre de 2001 octubre de 2002 en nuestro país, se encontraron en un ambiente de incertidumbre por lo que resulta inconveniente considerar únicamente un solo valor para asignar el valor de la variable. Siendo recomendable utilizar un intervalo situación que se da de forma natural para los NBTS (Números Borrosos Triangulares Simétricos).

Palabras clave: Créditos, regresión borrosa, incertidumbre.

ABSTRACT

This paper is used as a fundamental tool fuzzy regression because the values they can take the variables corresponding to the interest rates applied to financial institutions in the corresponding period October 2001 to October 2002 in our country, were found in an environment of uncertainty so inconvenient considering only a single value to assign the value of the variable. It's recommended to use a situation interval occurs naturally for NBTS (Symmetric Triangular Fuzzy Numbers).

Artículo recibido el 27 de Agosto de 2014 y aprobado el 30 de Noviembre de 2014.

1 Profesor – Investigador en la Facultad de Contaduría y Ciencias Administrativas de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores E-mail: favila_68@yahoo.com.mx

2 Profesor – Investigador en la Facultad de Contaduría y Ciencias Administrativas de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores E-mail: egaleana@zeus.umich.mx

3 Profesora – Investigadora en la Facultad de Contaduría y Ciencias Administrativas de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores E-mail: amontoya@zeus.umich.mx

Key words: Credits, fuzzy regression, uncertainty.

Clasificación JEL: C60, C65, C69.

INTRODUCCIÓN

En el trabajo, *Análisis de Créditos Inter- Empresas* se hace un análisis de la conveniencia de continuar con el autofinanciamiento del consorcio. teniendo como base, la información financiera que proporcionó el grupo empresarial para poder realizar este trabajo, los valores conocidos de los montos de las deudas adquiridas, los intereses pagados, ya que se conocieron las tasas a las que se pagaron dichos créditos y las tasas de interés que cobraron los bancos en ese período correspondiente a octubre de 2001 octubre de 2002, de ésta forma se estima lo que se pudo haber ganado la empresa prestataria en caso de haber depositado en el banco estas cantidades en lugar de haber hecho los préstamos. Por lo que la presentación de los cálculos de los intereses cobrados por las empresas prestadoras a las prestatarias por el otorgamiento de los créditos Inter- empresas se hizo con toda certeza, así como los intereses que debieron haber pagado las empresas que requirieron el financiamiento, de haberlo tenido con una institución financiera.

En el párrafo anterior se hace énfasis en la utilización de números ciertos los cuales, se utilizaron para el análisis de dicho trabajo, sin embargo en este trabajo como ya mencionamos haremos una estimación de la conveniencia del proyecto antes de que este se implantara por lo que nuestros números son inciertos.

La técnica que utilizaremos por el caso particular de la insertes es la *regresión con números borrosos.* A continuación analizaremos algunos modelos de regresión borrosa que, como toda técnica de regresión, su objetivo es determinar una relación funcional entre una variable dependiente con varias variables explicativas y la podemos considerar alternativa a la más conocida de mínimos cuadrados, aunque ésta última es una técnica estadística.

Utilizando regresión borrosa las divergencias que se producen respecto a la teórica relación lineal no tienen naturaleza aleatoria, sino borrosa. Asimismo, podemos comprobar que el término de error no queda introducido como sumando en el hiperplano, sino que es incorporado en los coeficientes $\widetilde{A}_i$, i=0,2,…,m, al asumirse que son números borrosos. Por supuesto, de forma análoga a la técnica de mínimos cuadrados, una vez se disponga de la muestra, nuestro objetivo debe ser ajustar los coeficientes $\widetilde{A}_i$.

Respecto a esta forma de modelización, creemos que de alguna forma, ofrece ciertas ventajas sobre la tradicional técnica de regresión. En primer lugar, porque las estimaciones que obtengamos después de ajustar los coeficientes borrosos, no serán variables aleatorias, y por tanto, en muchas ocasiones de difícil tratamiento numérico, sino números borrosos, cuyo tratamiento es más sencillo. Por otra parte, si el fenómeno de estudio es de carácter económico o social, las observaciones que del mismo se obtienen son consecuencia de la interacción entre las creencias, expectativas, etc. de los agentes que participan en dicho fenómeno, y por tanto, ya hemos señalado que en nuestra opinión, no es del todo adecuado modelizar dicho fenómeno utilizando la teoría de la probabilidad.

REGRESIÓN CON NÚMEROS BORROSOS TRIANGULARES Y SIMÉTRICOS

Números borrosos triangulares simétricos

En este apartado expondremos como estimar un modelo de regresión lineal donde los coeficientes vienen dados por números borrosos triangulares y simétricos (NBTS), es decir, el modelo de regresión a estimar es:

$$y = \widetilde{A}_0 + \widetilde{A}_1 x_1 + \widetilde{A}_2 x_2 + \ldots + \widetilde{A}_m x_m \tag{1}$$

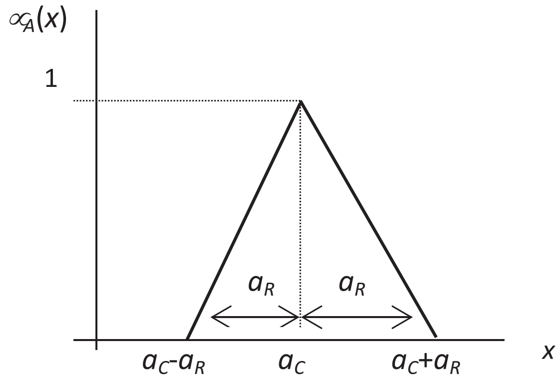
donde $\widetilde{A}_0, \widetilde{A}_1, \ldots, \widetilde{A}_m$ son NBTS.

Por tanto, antes de entrar en el concepto de regresión, comentaremos como, nosotros, representaremos un NBTS y, algunas cuestiones relativas a su operatoria, a partir de su representación. En cualquier caso, la extensión a este caso de la regresión mediante intervalos de confianza es casi directa.

Un NBTS $\widetilde{A}$ queda representado a través de su centro y su radio como $\widetilde{A} = (a_C, a_R)$. Por tanto, su representación gráfica corresponde a la siguiente figura:

Figura 1. Función de pertenencia

La función de pertenencia y los α-cortes de un NBTS son:



Fuente: De Andrés Sánchez, J.; Terceño Gómez, A. (2002).

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases} \dfrac{x-(a_C-a_R)}{a_R} & a_C-a_R<x\leq a_C \\ \dfrac{a_C+a_R-x}{a_R} & a_C<x\leq a_C+a_R \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} ; \qquad (2)$$

y $$A_\alpha=\left\lfloor A^L(\alpha),A^R(\alpha)\right\rfloor=\left[a_C-a_R(1-\alpha),a_C+a_R(1-\alpha)\right] \qquad (3)$$

Presentamos a continuación la operatoria de este tipo de NBTs. Comprobaremos en cualquier caso que dicha operatoria es casi idéntica al caso de la correspondiente a los intervalos de confianza. Las operaciones producto por un escalar y suma de intervalos de confianza se representarían de la siguiente forma:

a) El producto de un NBTS $\tilde{A}$ = (a_C, a_R) por una constante real k, $C=k\tilde{A}$ es un NBT que se halla como:

$$\tilde{C} = (c_C, c_R) = (ka_C, |k|a_R) \qquad (4)$$

b) La suma de dos NBTS $\tilde{C}=\tilde{A}+\tilde{B}$ es NBTS que se halla como:

$$\tilde{C} = (c_C, c_R) = (a_C, a_R) + (b_C, b_R) = (a_C+b_C, a_R+b_R) \qquad (5)$$

De esta forma, la combinación lineal de un conjunto de intervalos de confianza $\widetilde{A}_1 = (a_{1C}, a_{1R}),\ldots, \widetilde{A}_n = (a_{nC}, a_{nR})$, es decir, $\widetilde{C} = k_1 \widetilde{A}_1 + k_2 \widetilde{A}_2 + \ldots + k_n \widetilde{A}_n$ se hallará simplemente como:

$$\widetilde{C} = \langle c_C, c_R \rangle = k_1(a_{1C}, a_{1R}) + k_2(a_{2C}, a_{2R}) + \ldots + k_n(a_{nC}, a_{nR}) =$$
$$= (k_1 a_{1C} + k_2 a_{2C} + \ldots + k_n a_{nC}, |k_1|\, a_{1R} + |k_2|\, a_{2R} + \ldots + \quad + |k_n|\, a_{nR}) \quad (6)$$

Estimación de los parámetros de la regresión como números borrosos triangulares y simétricos

En este caso partiremos de que, para un determinado fenómeno, el observador dispone de una muestra que representamos como: $\{(Y_1, X1), (Y_2, X2),\ldots, (Y_j, Xj),\ldots, (Y_n, Xn)\}$, donde las variables independientes son vectores ciertos m+1-dimensionales y las n observaciones de la variable dependiente son intervalos de confianza. La j-ésima observación es pues, un intervalo de confianza que puede representarse a través de su centro y su radio como $< Y_{jC}, Y_{jR} >$.

Como ya fue comentado, el modelo de regresión a estimar es:

$$\widetilde{y} = \widetilde{A}_0 + \widetilde{A}_1 x_1 + \ldots + \widetilde{A}_m x_m$$

Respecto a los parámetros $\widetilde{A}_i$, i=0, 1,2,…, m serán NBTS. Así, los parámetros $\widetilde{A}_i$ a estimar pueden ser expresados como $\widetilde{A}_i = (a_{iC}, a_{iR})$, i=0,1,…, m, i=0,1,…, m.

El objetivo final es estimar el centro y el radio de $\widetilde{A}_i$ $\forall i$, siendo para ello necesario tener en cuenta que tras estimar los centros y los radios de los parámetros $\widetilde{A}_i$, obtendremos unas estimaciones del valor de las observaciones de las variables independientes $\hat{\widetilde{Y}}_j = \left(\hat{Y}_{jC}, \hat{Y}_{jR}\right)$. Más concretamente, como:

$$\hat{\widetilde{Y}}_j = \widetilde{A}_0 + \widetilde{A}_1 X_{1j} + \ldots \widetilde{A}_m X_{jm} \quad (7)$$

los centros y los radios de $\hat{\widetilde{Y}}_j$ vendrán dados por:

$$\hat{\widetilde{Y}}_j = \left(\hat{Y}_{jC}, \hat{Y}_{jR}\right) = \sum_{i=0}^{m} (a_C, a_R) X_j = \left(\sum_{i=0}^{m} a_C X_j, \sum_{i=0}^{m} a_R \left| X_j \right| \right) \quad (8)$$

Los α-cortes de $\hat{\tilde{Y}}_j$, $\hat{\tilde{Y}}_{j\alpha}$, se hallan como los de un NBTs cualquiera, de forma que:

$$\hat{\tilde{Y}}_{j\alpha} = \left[\hat{Y}_{jC} - \hat{Y}_{jR}(1-\alpha), \hat{Y}_{jC} + \hat{Y}_{jR}(1-\alpha)\right] =$$

$$\left[\sum_{i=0}^{m} a_{iC} X_j - (1-\alpha)\sum_{i=0}^{m} a_{iR} \left|X_j\right|, \sum_{i=0}^{m} a_{iC} X_j + (1-\alpha)\sum_{i=0}^{m} a_{iR} \left|X_j\right|\right] \quad (9)$$

La determinación de los parámetros a_{iC} y a_{iR}, i=0,1,…,m se realizará de forma análoga a lo realizado para el modelo de regresión de intervalos de confianza. Los intervalos de confianza que entran en juego, son los α-cortes de $\hat{\tilde{Y}}_j$, $\hat{\tilde{Y}}_{j\alpha}$, j=1,2,…n que son desconocidos, ya que desconocemos los de $\tilde{A}_i$, i=0,1,…,m y Y_j=<Y_{jC}, Y_{jR}> j=1,2,…,n. Asimismo, en la estimación de a_{iC}, a_{iR}, i=0,1,...,m, deberemos determinar cómo abordamos las siguientes circunstancias:

Como estimamos los centros de los parámetros $\tilde{A}_i$, aiC: conjuntamente con el radio, aiR o ajustamos previamente mediante MCO (Mínimos Cuadrados Ordinarios) los centros a0C, a1C,..., amC tomando como valores representativos de las variables explicadas, Yj, sus centros YjC, j=1,2,...,m.

Como especificamos la congruencia Yj con su estimación borrosa, $\hat{\tilde{Y}}_j$: como inclusión o como igualdad.

Determinación de la bondad del ajuste

La bondad del ajuste es inversa a la incertidumbre (amplitud) de las estimaciones de las observaciones Y_j, $\hat{Y}_j$.

Así, la amplitud de $\hat{Y}_j$ es el radio de dicho intervalo de confianza

$\hat{Y}_{jR}$, el cual se obtiene como:

$$\hat{Y}_{jR} = \sum_{i=0}^{m} a_{iR} \left|X_j\right| = a_{0R} + a_{1R}\left|X_{1j}\right| + ... + a_{mR} \left|X_{jm}\right| \quad (10)$$

Así, la "incertidumbre total" (amplitud total) de todas las estimaciones de la muestra será la suma de los radios de las estimaciones.

$$z= \sum_{j=1}^{n} \hat{Y}_{jR} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=0}^{m} a_{R} \left| X_{j} \right| \tag{11}$$

La estimación de los centros y los radios de $A_1, A_2,...,A_m$, debe enfocarse de tal forma que la bondad del ajuste de la muestra sea lo mejor posible. El objetivo final será que, la incertidumbre total de las estimaciones que se obtienen tras ajustar los centros y los radios de los coeficientes $A_0, A_1,...,A_m$ sea lo menor posible.

Medición de la congruencia de las estimaciones respecto a los valores que pretenden estimar

Obviamente, los parámetros A_0, $A_1,...,A_m$ deben procurar, no sólo que la incertidumbre de $\hat{Y}_j$ sea lo menor posible, sino que $\hat{Y}_j$ sea lo más congruente posible con la observación de la variable explicada que pretenden aproximar, Y_j. En este contexto, cabe definir dos aproximaciones a "$\hat{Y}_j$ congruente con Y_j".

La primera aproximación de Tanaka e Ishibuchi (1992) consistiría en exigir que la observación esté incluida dentro de su estimación, es decir , $Y_j \subseteq \hat{Y}_j$. En este caso, teniendo en cuenta que $Y_j = < Y_{jC}, Y_{jR} >$ y $\hat{Y}_j \prec \hat{Y}_{jC}, \hat{Y}_{jR} >$, ello equivale a exigir que:

$$Y_{jC} - Y_{jR} \geq \hat{Y}_{jC} - \hat{Y}_{jR} \qquad \text{y} \qquad Y_{jC} + Y_{jR} \leq \hat{Y}_{jC} + \hat{Y}_{jR} \tag{12}$$

La segunda aproximación de Sakawa y Yano (1992) consistiría en exigir que la observación sea "igual" a su estimación, es decir, $Y_j = \hat{Y}_j$. El "igual" no debe entenderse como un igual estricto. Basta con que los intervalos de confianza Y_j e $\hat{Y}_j$, tengan una intersección no nula (se superpongan). En este caso, teniendo en cuenta que $Y_j = < Y_{jC}, Y_{jR} >$ y $\hat{Y}_j \prec \hat{Y}_{jC}, \hat{Y}_{jR} >$, ello equivale a exigir que:

$$Y_{jC} - Y_{jR} \leq \hat{Y}_{jC} + \hat{Y}_{jR} \quad \text{y} \, Y_{jC} + Y_{jR} \geq \hat{Y}_{jC} - \hat{Y}_{jR} \tag{13}$$

La última cuestión que debe tenerse en cuenta, es *como determinar el centro de los parámetros* $A_0, A_1,...,A_m$, es decir a_{0C}, a_{1C},..., a_{mC}. En este caso, podemos optar por los siguientes enfoques:

Siguiendo a Tanaka e Ishibuchi (1992), podemos determinar los centros a_{0C}, a_{1C},..., a_{mC} a la vez que determinamos los radios a_{0R}, a_{1R},..., a_{mR}.

Siguiendo a Savic y Pedrycz (1992), determinar el vector de centros a_C^T=(a_{0C}, a_{1C},..., a_{mC}) mediante la metodología econométrica habitual de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) y tomando como observaciones de las variable dependiente Y_j, su centro, Y_{jC}. De esta forma:

$$a_C = (X^T X)^{-1} X^T Y_C \tag{14}$$

donde "T" indica matriz transpuesta, X es la matriz que recoge el valor de las variables independientes para cada observación como vectores fila e Y_C es el vector de los centros de las observaciones de las variables dependientes, es decir:

$$Y_C = \begin{pmatrix} Y_{1C} \\ Y_{2C} \\ \vdots \\ Y_{nC} \end{pmatrix} \tag{15}$$

Posteriormente, a partir de los valores obtenidos para a_{0C}, a_{1C},..., a_{mC}, se hallarían los radios a_{0R}, a_{1R},..., a_{mR}.

Así, si buscamos minimizar la función z de forma que las estimaciones $\hat{Y}_j$ contengan las variables independientes observadas, Y_j, es decir: $Y_j \subseteq \hat{Y}_j \ \forall j$, para llegar a determinar los parámetros A_i deberemos resolver el siguiente programa lineal:

$$\text{Minimizar } z= \sum_{j=1}^{n} \hat{Y}_{jR} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=0}^{m} a_{iR} \left|X_{ij}\right| \tag{16}$$

sujeto a:

$Y_j \subseteq \hat{Y}_j$ $\quad j$=1,2,..., n

$a_{iR} \geq 0 \quad i$ =0,1,..., m

Que podemos escribir de forma alternativa como:

Minimizar $z= \sum_{j=1}^{n} \hat{Y}_{jR} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=0}^{m} a_{iR} \left|X_{ij}\right|$ sujeto a:

$$\hat{Y}_{jC} - \hat{Y}_{jR} = \sum_{i=0}^{m} a_{iC} X_{ij} - \sum_{i=0}^{m} a_{iR} \left|X_{ij}\right| \leq Y_{jC} - Y_{jR} \qquad j=1,2,\ldots, n$$

$$\hat{Y}_{jC} + \hat{Y}_{jR} = \sum_{i=0}^{m} a_{iC} X_{ij} + \sum_{i=0}^{m} a_{iR} \left|X_{ij}\right| \geq Y_{jC} + Y_{jR}$$

j=1,2,..., n

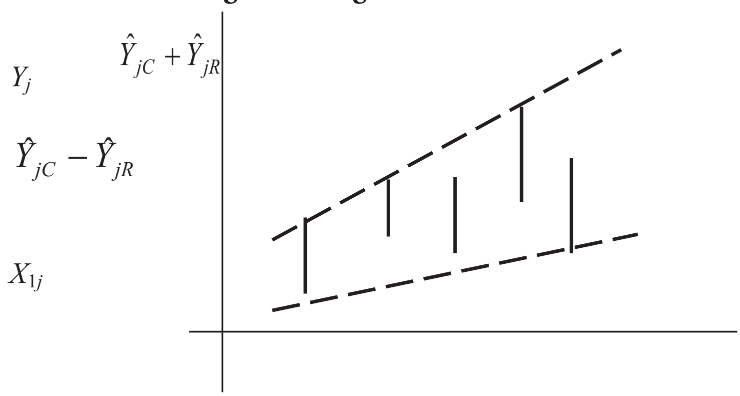
$$a_{iR} \geq 0 \qquad i=0,1,\ldots, m \tag{17}$$

Los dos primeros bloques de restricciones aseguran que las estimaciones sobre la variable dependiente realizadas contengan a las realmente observadas. Así, con el primero aseguramos que el extremo inferior de las estimaciones sean inferiores a los extremos inferiores de las observaciones mientras que con el segundo bloque de restricciones indicamos que los extremos superiores de las estimaciones deben ser superiores a los de las observaciones. El tercer bloque de restricciones se plantea porque el radio de un intervalo de confianza no puede ser negativo.

En este programa, si decidimos determinar los centros y los radios de los parámetros A_0, A_1,..., Am, de forma simultánea, las variables decisión serán tanto a_{0C}, a_{1C},..., a_{mC} como a_{0R}, a_{1R},..., a_{mR}, mientras que si los centros se han prefijado previamente mediante MCO, las variables decisión serían únicamente los radios, es decir, a_{0R}, a_{1R},..., a_{mR}.

Representamos gráficamente como ajusta la regresión de intervalos de confianza cuando la congruencia se plantea en términos de inclusión de las variables dependientes observadas dentro de sus valores estimados, suponiendo una formulación: $Y_j = A_0 + A_1 X_{1j}$.

Figura 2. Regresión borrosa.



Fuente: De Andrés Sánchez, J.; Terceño Gómez, A. (2002).

En el caso en que nos decantemos por plantear la congruencia en términos de igualdad, deberemos minimizar la incertidumbre generada de las estimaciones, es decir, la suma de los radios de $\tilde{Y}_j$ y, simultáneamente, maximizar el grado de congruencia de las observaciones de las variables dependientes en sus estimaciones borrosas, es decir, el nivel α con que $Y_j \subseteq_\alpha \hat{Y}_{j\alpha}$. De esta forma, debe resolverse el siguiente programa multiobjetivo:

$$\text{Minimizar} \quad z = \sum_{j=1}^{n} \hat{Y}_{jR} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=0}^{m} a_R \left| X_j \right|$$

Maximizar α

sujeto a:

$$\sum_{i=0}^{m} a_{iC} X_j - \sum_{i=0}^{m} a_R \left| X_j \right| (1-\alpha) \leq Y_{jC} - Y_R \qquad j=1,2,\ldots, n$$

$$\sum_{i=0}^{m} a_{iC} X_j + \sum_{i=0}^{m} a_R \left| X_j \right| (1-\alpha) \geq Y_{jC} + Y_R \qquad j=1,2,\ldots, n$$

$$a_{iR} \geq 0 \qquad i=0,1,\ldots, m \qquad (18)$$

Que se trata de un programa multiobjetivo no lineal. Si fijamos para la segunda función objetivo un cumplimiento mínimo de los niveles de inclusión α^*, el programa matemático que debemos resolver queda transformado en el siguiente programa lineal:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{j=1}^{n} \hat{Y}_{jR} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=0}^{m} a_R \left| X_j \right|$$

sujeto a:

$$\sum_{i=0}^{m} a_{iC} X_j - \sum_{i=0}^{m} a_R \left| X_j \right| (1-\alpha^*) \leq Y_{jC} - Y_R \qquad j=1,2,\ldots, n$$

$$\sum_{i=0}^{m} a_{iC} X_j + \sum_{i=0}^{m} a_R \left| X_j \right| (1-\alpha^*) \geq Y_{jC} + Y_R \qquad j=1,2,\ldots, n$$

$$a_{iR} \geq 0 \qquad i=0,1,\ldots, m \quad (19)$$

Como siempre, si decidimos determinar simultáneamente los centros y los radios de los parámetros A_0, A_1,..., Am, las variables decisión serán tanto a_{0C}, a_{1C},..., a_{mC} como a_{0R}, a_{1R},..., a_{mR}; mientras que si los centros se han prefijado previamente mediante MCO, las variables decisión quedarían reducidas al conjunto a_{0R}, a_{1R},..., a_{mR}.

Por supuesto, el criterio de congruencia entre observaciones y estimaciones podría ser el de igualdad. En este caso, también debe minimizarse la incertidumbre que generan las estimaciones de las variables explicadas y, simultáneamente, maximizar el nivel de congruencia α con que cumplen las igualdades $Y_j =_\alpha \hat{\tilde{Y}}_j$ (es decir, entendemos la congruencia como "igualdad" de intervalos de confianza). Ello se reduce a resolver:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=0}^{m} a_{iR}\left|X_j\right|$$

$$\text{Maximizar } \alpha$$

sujeto a:

$$\sum_{i=0}^{m} a_{iC} X_j - \sum_{i=0}^{m} a_{iR}\left|X_j\right|(1-\alpha) \leq Y_{jC} + Y_{jR} \qquad j=1,2,\ldots,n$$

$$\sum_{i=0}^{m} a_{iC} X_j + \sum_{i=0}^{m} a_{iR}\left|X_j\right|(1-\alpha) \geq Y_{jC} - Y_{jR} \qquad j=1,2,\ldots,n$$

$$a_{iR} \geq 0 \qquad i=0,1,\ldots, \quad (20)$$

Si fijamos para la segunda función objetivo un valor numérico α^*, es decir, $\alpha \geq \alpha^*$, el programa matemático a resolver se reduce a uno lineal que expresamos como:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=0}^{m} a_{iR}\left|X_j\right|$$

sujeto a:

$$\sum_{i=0}^{m} a_{iC} X_j - \sum_{i=0}^{m} a_{iR}\left|X_j\right|(1-\alpha^*) \leq Y_{jC} + Y_{jR} \qquad j=1,2,\ldots,n$$

$$\sum_{i=0}^{m} a_{iC} X_j + \sum_{i=0}^{m} a_{iR}\left|X_j\right|(1-\alpha^*) \geq Y_{jC} - Y_{jR} \qquad j=1,2,\ldots,n$$

$$a_{iR} \geq 0 \qquad i=0,1,\ldots,m \quad (21)$$

Una vez más, tenemos dos alternativas. La primera consiste en determinar simultáneamente los centros y los radios de los parámetros A_0, A_1,..., Am, siendo entonces las variables decisión del anterior programa: a_{0C}, a_{1C},..., a_{mC} y a_{0R}, a_{1R},..., a_{mR}. La segunda alternativa consiste en predefinir mediante MCO los centros, quedando reducidas las variables decisión al conjunto a_{0R}, a_{1R},..., a_{mR}.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Un consorcio empresarial implementó un programa de autofinanciamiento, donde las empresas con exceso de liquidez prestaron a las empresas que necesitaban financiamiento y que debido a problemas financieros que tenía el país, las instituciones bancarias no ofrecían líneas de crédito.

Este programa que en un inicio se aplicó como un plan de emergencia ahora es la forma de trabajo más común, en cuanto a financiamiento se refiere para este consorcio.

Dado que las condiciones actuales de nuestro país hacen que actualmente la obtención de créditos sea muy accesible, y ante el ofrecimiento de Instituciones Bancarias para apertura de líneas de crédito a favor del grupo, la pregunta obligada sería ¿Es conveniente seguir con el esquema de autofinanciamiento? En el presente trabajo, se realiza un estudio que nos permita evaluar cuál será la decisión más conveniente para el grupo, si continuar con el esquema de autofinanciación, o bien, allegarse de recursos vía créditos bancarios.

Hacemos un estudio *apriori* de la rentabilidad de dicho proyecto dado que seguramente la decisión de poner en marcha este proyecto se tomó, como en muchos casos, obedeciendo al buen instinto y experiencia que tienen estos empresarios y no a la realización de un modelo que diera más información de los posibles escenarios que podrían enfrentar al implantar la autofinanciación.

Tomamos como base la asesoría de un funcionario que trabaja en una institución bancaria con a la que este consorcio normalmente solicita sus servicios.

Para esto manejamos la TIIE (tasa interbancaria de equilibrio), ya que ésta es el principal referente que tienen los bancos para aplicar sus tasas de interés de créditos.

La práctica más común para obtener el interés bancario es hacer el cálculo del promedio de la TIIE del mes anterior al préstamo y sumar un 5% a este valor.

Los valores de la TIIE para dicho período se obtuvieron de la página web del Banco Nacional de México (http://www.banxico.org.mx/). En la que se publica el valor de este indicador financiero en México, correspondiente a todos los días hábiles del mes en cuestión.

Establecimos la tasa de interés bancario como la variable borrosa, y con estos datos correspondientes a un período previo a la implantación de este proyecto crediticio.

La base de datos financieros referentes a este programa de financiamiento nos ha sido prestado por el grupo para la realización de este trabajo, esto resulta importante si consideramos que de otra forma no se pudo haber obtenido ya que no hay nada que les obligue a publicar estos datos en ningún espacio con acceso libre al público.

Los datos financieros que se disponen corresponden al período de octubre de 2001 a septiembre de 2002. Muy probablemente este plan se aplicó desde fines del año 1998, dado que fue el momento más difícil en cuanto a conseguir créditos bancarios. Sin embargo nosotros sólo contamos con esta información.

Como mencionamos en el párrafo anterior la etapa más difícil para conseguir un préstamo bancario se empezó a vivir en el año de 1998, y esto se puede apreciar en la variación que tuvo la TIIE, durante todo el año mantuvo un nivel ascendente que la llevó a alcanzar los valores más altos de los últimos 8 años.

Regresión borrosa (primer intento)

De lo anteriormente dicho nosotros determinamos que la forma de realizar la regresión borrosa será para determinar los centros como lo proponen Savic y Pedrycz (1992), determinar el vector de centros a_C^T= (a0C, a_{1C},..., a_{mC}) mediante la metodología econométrica habitual de mínimos cuadrados ordinarios (MCO), y tomando como observaciones de las variable dependiente Y_j, su centro, Y_{jC}.

Por otro lado en cuanto a el criterio de bondad de ajuste para minimizar la incertidumbre generada de las estimaciones declinamos por utilizar lo propuesto por Tanaka e Ishibuchi $Y_j \subseteq \hat{Y}_j$.

Para la regresión lineal mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), utilizamos Excel, para el criterio de bondad de Tanaka e Ishibuchi utilizamos Scientific Workplace y para los gráficos Matlab.

Primeramente basándonos en este hecho hicimos una prueba de regresión borrosa para el año de 1998. Los resultados fueron los siguientes:

Tabla 1 Valores calculados para el centro, radio, inferior, superior e interés bancario.

Centro	Radio	Inferior	Superior	Interés bancario
0.2634	0.05665641	0.20674359	0.32005641	0,2634
0.2814	0.06867887	0.21272113	0.35007887	0,2814
0.29985	0.08100189	0.21884811	0.38085189	0,29985
0.31875	0.09362547	0.22512453	0.41237547	0,31875
0.3363	0.10534737	0.23095263	0.44164737	0,3363
0.35475	0.11767039	0.23707961	0.47242039	0,35475
0.3750	0.13119565	0.24380435	0.50619565	0,375
0.3948	0.14442036	0.25037964	0.53922036	0,3948
0.41325	**0.15674337**	**0.25650663**	**0.56999337**	**0,41325**
0.43215	0.16936696	0.26278304	0.60151696	0,43215
0.4506	0.18168997	0.26891003	0.63228997	0,4506
0.46905	0.19401299	0.27503701	0.66306299	0,46905

Fuente: Elaboración propia.

Lo que se obtuvo de este primer intento de regresión borrosa nos llevó a lo siguiente, las estimaciones de los valores de los intereses calculados nos dan números borrosos cuya amplitud obtenida como lo contemplan Tanaka e Ishibuchi $Y_j \subseteq \hat{Y}_j$ contienen a todos los valores correspondientes a los intereses bancarios para todo el año de 1998, caso que para MCO se observa que todos los valores del año no distan más de una desviación estándar respecto de las estimaciones para cualquier mes del año (desviación estándar de 0.1035).

Sin embargo cabe mencionar que la amplitud de estos números borrosos es enorme de tal forma que hay mucha incertidumbre. Por lo que el modelo sólo nos proporciona esa información que el panorama en el año de 1998 fue de total incertidumbre, no más allá de lo que quizás vieron los expertos hombres de negocio en su debido momento.

La tendencia tan marcada de crecimiento de los valores y la amplitud de los mismos no fue algo que tuviera una gran utilidad en caso de querer conocer un valor futuro, por ejemplo para el gran tamaño de los intervalos nos hubiera llevado al siguiente resultado para diciembre del año de 1999, resultado obtenido mediante extrapolación.

Tabla 2 Valores únicos, para centro, radio, superior e inferior.

Centro	Radio	inferior	Superior
0.6855	0.33858305	0.34691695	1.02408305

Fuente: Elaboración propia.

La predicción anterior del interés bancario para diciembre de 1999 muestra una realidad que se pudiera haber tenido para ese año tomando como base la información del año de 1998. Es posible que sin el uso de un modelo se hubiera podido hacer esa predicción, con tal incertidumbre. Además cabe mencionar que el interés bancario que se tuvo en el mes de diciembre de 1999 fue del 24%. Esto fue posible a la intervención del estado que subsidió mediante un apoyo llamado FOBAPROA, caso del cual no me quiero acordar.

Regresión borrosa

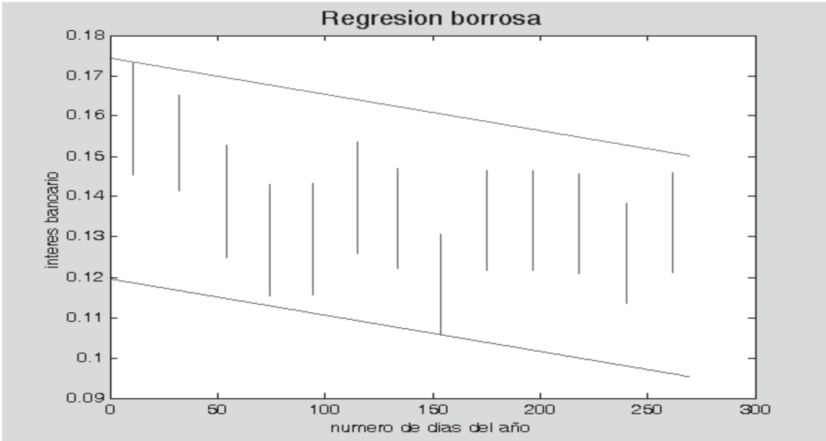
Hicimos un ensayo para el período correspondiente al que tenemos los datos financieros de la empresa, es decir; en base al conocimiento de la forma más común en la que las instituciones bancarias calculan su interés para préstamos de esta naturaleza, tomamos la TIIE de todos los días del mes anterior, las promediamos y le sumamos el 5%, para cada uno de los meses comprendidos en el período de octubre de 2001 a septiembre de 2002. Posteriormente hicimos la regresión borrosa que nos arrojó lo siguientes números borrosos.

Tabla 3. Valores calculados para un período previo al mencionado.

Meses	centro	Radio	Inferior	superior	Interés bancario
Octubre	0,146055	0,02742025	0,11863475	0,17347525	0,159475
noviembre	0,14412	0,02738594	0,11673406	0,17150594	0,15338478
diciembre	0,14214	0,02735083	0,11478917	0,16949083	0,139
Enero	0,14034	0,02731892	0,11302108	0,16765892	0,12941579
Febrero	0,138495	0,02728621	0,11120879	0,16578121	0,129675
Marzo	0,13665	0,02725349	0,10939651	0,16390349	0,13990263
□bri□	0,134985	0,02722397	0,10776103	0,16220897	0,13470278
ma□o	0,133185	0,02719206	0,10599294	0,16037706	0,11849318
□unio	0,131205	0,02715695	0,10404805	0,15836195	0,12727955
□u□io	0,129315	0,02712344	0,10219156	0,15643844	0,1341975
a□osto	0,12738	0,02708914	0,10029086	0,15446914	0,13335652
septiembre	0,125355	0,02705323	0,09830177	0,15240823	0,12613636
octubre	0,123465	0,02701972	0,09644528	0,15048472	0,13373

Fuente: Elaboración propia.

Figura 3. Gráfico que representa la regresión borrosa elaborada.



Fuente: Elaboración propia

La figura muestra la regresión aplicada a los datos del período mencionado, mismos que aparecen en la tabla anterior, como podemos apreciar se cumple perfectamente el criterio de ajuste de bondad de Tanaka e Ishibuchi $Y_j \subseteq \hat{Y}_j$, donde todos los valores de nuestra variable se encuentran comprendidos entre las estimaciones. Para este caso la amplitud de los números no es tan grande por lo que hay menos incertidumbre que para el caso de la primera aplicación de la regresión borrosa. Lo anterior nos sirvió para hacer una estimación de un valor futuro al período calculado, en este caso para el año siguiente, en la tabla que se muestra a continuación mostramos los valores correspondientes a la estimación hecha para el período anual comprendido entre noviembre 2002 y septiembre 2003.

La última columna corresponde a los valores conocidos de dicho período que nos sirven para poder hacer una valoración del funcionamiento del modelo obtenido.

Como podemos observar la estimación funcionó considerablemente bien, si tomamos en cuenta que en los meses de marzo y abril los valores de las tasas de interés fueron ligeramente mayores y superaron a las estimaciones, mostrando diferencias de 0.00506989 y 0.007506282 respectivamente para los meses de marzo y abril (0.5 y .75 puntos porcentuales), el resto de los valores quedaron dentro de los números borrosos estimados.

Tabla 4 Valores calculados para el período mencionado.

	centro	radio	Inferior	superior	interés
Noviembre 2002	0,124365	0,02703568	0,09732932	0,151400681	0,13671957
Diciembre 2002	0,122565	0,02700377	0,09556123	0,149568767	0,1333125
Enero 2003	0,12072	0,02697106	0,09374894	0,147691056	0,132555
Febrero 2003	0,11883	0,02693755	0,09189245	0,145767546	0,14143409
Marzo 2003	0,117075	0,02690643	0,09016857	0,14398143	0,14905132
Abril 2003	0,11523	0,02687372	0,08835628	0,142103718	0,14961
Ma□o 2003	0,113205	0,02683781	0,08636719	0,140042815	0,1358195
□unio 2003	0,111225	0,02680271	0,08442229	0,138027709	0,10917143
□ulio 2003	0,10938	0,02677	0,08261	0,136149997	0,1078881
A□osto 2003	0,10749	0,02673649	0,08075351	0,134226488	0,10298587
□eptiembre 2003	0,10371	0,02666947	0,07704053	0,130379468	0,10008611

Fuente: Elaboración propia.

ANÁLISIS FINANCIERO CON DATOS CIERTOS

Para poder expresar una opinión acerca de la conveniencia de continuar bajo el esquema financiero que está siguiendo el grupo, de realizar préstamos Inter-empresas, en el desarrollo del problema se realizaron los cálculos que nos permiten expresar lo siguiente:

El costo financiero que obtuvieron las empresas prestadoras al otorgar los créditos Inter-empresas fue de $869,058.91 el cual comparado con $546,664.60 que hubiesen obtenido si hubieran depositado el dinero en una Institución Financiera, nos habla de un diferencial de $322,394.31, que representa un 58.97% mayor al que hubiesen obtenido en una Institución Financiera.

Cabe mencionar que no se considera en el flujo anterior, el impuesto al valor agregado, ya que se considera que no tiene impacto, ya que se causa en una empresa, y se acredita en otra.

Así mismo, se considera impuesto bruto, ya que la retención del Impuesto Sobre la Renta, se resta de los impuestos de las empresas a quienes les retienen el impuesto.

Por otra parte, analizamos los resultados desde el punto de vista de las empresas prestatarias, podemos observar que las empresas del grupo, pagaron a las prestadoras un costo financiero de $869,058.90 comparado con $1’200,261.85 que hubiesen tenido que pagar en caso de haber solicitado los recursos a una Institución Financiera, lo cual representa que pagaron la cantidad de $331,202.95 que representa un 27.59% menos de lo que hubiese sido en una Institución Financiera.

A este ahorro debemos sumarle el importe de las comisiones bancarias que se cobran por la apertura de los créditos, que de acuerdo a entrevistas que se realizaron con ejecutivos del banco, oscilan en promedio en $35,000.00 por empresa. Si consideramos que estamos trabajando con un grupo de 12 empresas prestadoras, estas comisiones ascenderían a $420,000.00

Si quisiéramos cuantificar el efecto financiero positivo que obtuvo el grupo en el esquema de créditos interempresas, podríamos comparar la cantidad de $1'200,261.85 que hubiesen tenido que pagar las empresas prestatarias con la cantidad de $546,664.60 que hubiesen recibido las prestadoras, adicionado con la cantidad de $420,000.00 de las comisiones bancarias, lo cual nos da como resultado un ahorro de $ 1'073,597.20

Por lo anteriormente expuesto, consideramos que desde el punto de vista financiero, es recomendable para el grupo, continuar con el esquema de préstamos Inter-empresas para allegarse de recursos en las empresas que lo requieran.

Implicaciones Fiscales

Dentro del análisis a realizar es importante tomar en cuenta las implicaciones fiscales para la toma de decisiones. Al realizar el análisis vertical de los estados financieros de las empresas del grupo pudimos observar que el rubro impositivo representa un porcentaje importante.

Así mismo se observa que beneficio antes y después de impuestos es muy diferente.

Es por ello que a continuación se realiza un análisis de los diferentes impuestos que se relacionan con el estudio y sus implicaciones:

Impuesto sobre la Renta

En lo que se refiere a este impuesto, cabe mencionar que en lo referente a las empresas prestadoras, los intereses que obtienen como ingresos se deben considerar para efecto de los pagos provisionales de este impuesto. Así mismo se consideran ingresos acumulables en el cálculo anual. Por otra parte se consideran como créditos para efectos del cálculo del ajuste anual por inflación. Dado el monto de los mismos, en la mayoría de las empresas, el ajuste anual por inflación, se convierte en una deducción en estas empresas.

En las siguientes empresas, no existe ningún impacto, ya que tienen pérdidas de ejercicios anteriores y por tanto no realizaron pago de este impuesto: C.I.N.S.A., Culiacán, Mexicanos, I.O.R.S.A., D.C.D., es decir, la cantidad de $140,702.63 que representan el 16.19%. Es importante considerar que si los recursos se hubiesen depositado en una institución financiera se hubieran obtenido ingresos acumulables por $546,664.60, que sumados a los $140,702.63 que no causan este impuesto, podríamos afirmar que el impuesto adicional que se tendría que cubrir por tomar este camino sería de $61,775.17

Es importante comentar que el impuesto sobre la renta retenido se disminuye del impuesto del ejercicio, sin embargo en las empresas con pérdidas dicho impuesto se convierte en un saldo a favor del ejercicio, el cual deberán compensarse contra la presentación de los estados de cuenta originales y el trámite correspondiente ante la Secretaria de Hacienda y Crédito Público, de lo contrario se perdería y se convertiría en un gasto para las empresas.

En el caso de las empresas prestatarias, cabe mencionar que el pago de los intereses, se considera una deducción en el cálculo anual de este impuesto.

Si las empresas prestatarias pagaran sus intereses a una institución financiera la deducción de éstos equivaldría a $408,089.03. Si paga a las empresas del grupo, la deducción sería de $295,480.03.

También tienen un impacto en el cálculo del ajuste anual por inflación, y pudiera darse el caso de que éste se convierta en acumulable.

Impuesto al Activo

Analizando el impacto de estas operaciones en lo referente al cálculo de este impuesto, podemos observar que para las empresas prestadoras, los créditos otorgados forman parte de la base de cálculo de este impuesto, sin embargo, debido a un Decreto Presidencial que estuvo vigente el año pasado, de exención de este impuesto para las empresas de mediana capacidad, la cantidad de $548,451.65, es decir, el 63.10% de estos importes, no generó este impuesto, ya que formó parte de los activos de empresas exentas de este impuesto.

Consideramos que el mayor impacto en lo que a este impuesto se refiere, corresponde a las empresas prestatarias, ya que las deudas contraídas, forman parte de las deducciones de este impuesto, lo cual no sucedería si dichas deudas se hubieran contratado con una Institución Financiera.

Impuesto al Valor Agregado

Bajo nuestra consideración no existe ningún impacto en lo que a este impuesto se refiere, ya que en las empresas prestadoras se considera como un impuesto al valor agregado causado y en las empresas prestatarias como un impuesto al valor agregado acreditable, por lo que el efecto en el grupo se anula.

Sin embargo, es importante tomar en cuenta, que si los créditos se hubieran solicitado a una Institución Financiera, y los recursos de las prestadoras se hubieran depositado igualmente en una Institución Financiera, no se hubiera causado este impuesto, lo que hubiera mejorado el flujo de efectivo de las empresas prestatarias.

RECOMENDACIONES FINALES

Como resultado del trabajo realizado y considerando tanto las implicaciones financieras como fiscales, nuestra recomendación para el grupo, es que continúe con el esquema de préstamos Inter-empresas, mientras sus recursos así se los permitan, es decir, mientras existan empresas con exceso de liquidez que requieran depositar sus sobrantes para generar intereses.

En este punto, quisiéramos agregar que se entrevistaron a diferentes directivos del área, y su opinión fue favorable a favor de los préstamos Inter-empresas, ya que nos comentaron que la oportunidad de los mismos es muy importante. Esto debido a que si los recursos los hubiesen tenido que solicitar con una Institución Financiera, los trámites serían una importante carga administrativa y en ocasiones no se podría tener con la oportunidad y en los montos requeridos.

Se verificó la forma de realización de los mismos y se observó que todos los créditos, se encuentran respaldados con un contrato debidamente firmado, y los recursos se entregan contra la presentación de una solicitud de efectivo, debidamente autorizada por los funcionarios correspondientes.

Otro aspecto importante, fue el conocer que a la fecha no se ha detenido ningún proyecto, ya que los recursos de las empresas prestadoras han sido suficientes para financiar todos los proyectos del grupo.

Se realizaron los trámites de apertura de crédito en tres empresas con una Institución Financiera, sin embargo a la fecha, estos trámites, solo han ocasionado erogaciones a la empresa, ya que no se ha requerido hacer uso de los recursos de la instituciones y si se han tenido que erogar las comisiones por apertura de crédito. Cabe también mencionar que la Institución Financiera solicita con mucha frecuencia los estados financieros de las empresas que aperturaron las líneas de crédito aún y cuando no se hayan solicitado recursos.

Por último nuestra recomendación al grupo sería evaluar la posibilidad de fusionar las empresas y de esa los proyectos sería autofinanciables sin tener necesidad de recurrir a préstamos ya sea internos o externos, ya que si se fusionaran las empresas con exceso de liquidez con las que están en crecimiento los recursos sobrantes por una parte de la operación se podrían utilizar para el crecimiento. Sin embargo deberá hacer un análisis financiero que justifique la decisión ya que la fusión implicaría costos que deberán compararse con los beneficios que se pudieran obtener.

CONCLUSIONES

Los criterios de ajuste de bondad considerados son el de Tanaka e Ishibuchi $Y_j \subseteq \hat{Y}_j$ y el del cálculo de los centros el de Savic y Pedrycz (1992), determinar el vector de centros a_C^T= (a0C, a_{1C},..., a_{mC}) mediante la metodología econométrica habitual de mínimos cuadrados ordinarios (MCO).

Nos basamos únicamente en la aplicación de la regresión borrosa para estimar el valor de los intereses bancarios para un período posterior al de 2001- 2002. De aquí pudimos ver la confianza de aplicar dicha herramienta en la predicción de valores en situaciones financieras.

Con los resultados anteriores se pudo llegar a la conclusión de que lo más conveniente era implementar el plan emergente de créditos Inter-empresas. Los números son claros y contundentes, en principio parecía no haber otra opción y algo se tenía que hacer.

Como pudimos ver mediante la regresión aplicada al primer bloque de datos (datos de 1998) la situación fue de total incertidumbre y no se podía haber predicho con un grado de incertidumbre "razonable" el interés bancario en el futuro inmediato, así que dadas las prácticas Inter-empresas fue lo mejor, dado que los intereses que cobraron en su sistema de financiamiento se basaron en los principios bancarios, en que al valor de la TIIE la institución bancaria le suma un 5% y así obtiene el interés bancario, el grupo en lugar de sumar el 5% le sumó el 2%.

Mientras tanto el interés que percibió las empresas prestadoras fue de más beneficio pues el diferencial en los intereses que cobra la institución bancaria respecto de los que otorga a los ahorradores es abismal, mientras que en este sistema estamos hablando del mismo valor, es decir el interés que paga la empresa prestataria es menor respecto del que debía de pagar en caso de haber solicitado el crédito bancario y el interés que cobra la empresa prestadora (mismo valor) es mayor que el interés que otorga a los que diera la institución bancaria a los que invierten.

Lo único que debería de pensarse era acerca de la capacidad de estas empresas con exceso de liquidez para prestar y así poder solventar los préstamos solicitados.

En el período de 2001 a 2002 la situación del país era muy distinta y las instituciones comenzaron a abrir líneas de crédito para ofrecer al mejor postor, esto desde luego porque la estabilidad económica que paulatinamente se comenzó a alcanzar, esto se refleja claramente en los valores de la TIIE para este período, además que han ido con una tendencia a la baja, el cambio no ha sido en forma abrupta.

De los cálculos realizados mediante regresión borrosa para dicho período podemos observar que a diferencia del primer intento, en este caso la amplitud de los números borrosos es mucho menor esto nos lleva a actuar con menos incertidumbre a la hora de tomar una decisión, además de que se puede comprobar en el cálculo que se presenta acerca de valores futuros a ese período, pudimos observar cómo se ajustaron a la realidad de los intereses reales que los bancos cobraron para dicho período.

Aquí se puede comprobar que en estos tiempos de crisis, el buen olfato y experiencia de los grandes empresarios son las características que les han ayudado a salir avante en estas situaciones difíciles y de ahí el éxito en sus consorcios, desde luego que otras empresas de menor dimensión no tuvieron la capacidad para sobrevivir en esto difíciles momentos económicos del país.

En lo futuro se recomienda que no está de más el hacer uso de herramientas matemáticas, como la regresión borrosa, que pueden dar más elementos a la hora de tomar decisiones.

BIBLIOGRAFÍA

De Andrés Sánchez, J.; Terceño Gómez, A. (2002) "Programación matemática y regresión lineal con instrumentos de la teoría de los subconjuntos borrosos". Departamento de Gestión de Empresas, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad Rovira i Virgili, Tarragona.

De Andrés Sánchez, J.; Terceño Gómez, A. (2003) "Estimating a term structure of interest rates for fuzzy financial pricing by using 3 fuzzy regression methods", *Fuzzy Sets and Systems* **139**(2): 313–331.

Dubois, D.; Prade, H. (1980) "Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications". Academic Press, New York.

Sakawa, M.; Yano, H. (1992) "Fuzzy regression and its applications", in: J. Kacprzyk & M. Fedrizzi (Eds.) *Fuzzy Regression Analysis*, Physica-Verlag, Heidelberg: 91–101.

Tanaka, H. (1987) "Fuzzy data analysis by possibility linear models", *Fuzzy Sets and Systems* **24**: 363–375.